

COGNOME NOME N. Matricola
FIRMA

Analisi Numerica I - IV appello a.a. 2021–2022
21 luglio 2022

Esercizio 1

Calcolare l'inversa A^{-1} della matrice tridiagonale

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

utilizzando il metodo di Thomas per fattorizzare la matrice A .
Oltre alla matrice A^{-1} , si scrivano le matrici L , U , L^{-1} e U^{-1} .

Esercizio 2

Si consideri la funzione

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}(x-1)\right) \quad x \in [-1, 4].$$

che ammette come radice $\alpha = 1$.

1. Dire se il metodo delle corde converge ad α scegliendo $m = \frac{f(4)-f(-1)}{5}$. Si motivi la risposta.
2. Dire se il metodo delle corde converge ad α scegliendo $m = 1$ e con quale ordine. Si motivi la risposta.
3. Posto $m = 1$ e $x^{(0)} = 0$, si effettuino tre iterazioni del metodo delle corde, utilizzando 4 cifre per il calcolo.

Esercizio 3

Sia dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) & t \in [t_0, t_0 + T] \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Si studino ordine di consistenza e assoluta stabilità (con $\lambda \in \mathbb{R}$ e $\Re(\lambda) < 0$) del seguente metodo numerico,

$$\begin{cases} u_0 = y_0 \\ u_{i+1} = u_i + h [2f(t_i, u_i) - f(t_{i+1}, u_{i+1})]. \end{cases}$$

Esercizio 4

Scrivere una funzione `Matlab` che implementi il metodo iterativo, per l'approssimazione della soluzione di un sistema lineare della forma $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, tale che

$$P\mathbf{x}^{(k+1)} = N\mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{b},$$

dove $P = D + \omega U$ e $N = (\omega - 1)U - L$. Le matrici D , U e L rappresentano rispettivamente la diagonale, la parte diagonale strettamente superiore e quella strettamente inferiore di A ; ω è un parametro reale. La funzione deve ricevere come input la matrice A , il vettore \mathbf{b} , il parametro ω e l'iterato iniziale \mathbf{x}_0 . Deve restituire la soluzione approssimata e il numero di iterazioni fatte. Si utilizzi un criterio di arresto basato sull'incremento.