COGNOME ______ NOME ______ N. Matricola ______

FIRMA ______

Analisi Numerica I - II Appello a.a. 2021–2022

15 febbraio 2022

Esercizio 1

SI consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

1. Caratterizzare la matrice evidenziando le su proprietà
2. Risolvere il sistema con il metodo diretto opportuno.

Esercizio 2

Si consideri la funzione

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}(x-1)^2\right), \quad x \in I = \left[0,\, \frac{7}{2}\right]$$

Nell'intervallo I la funzione ammette le radici $\alpha_1 = 1$ e $\alpha_2 = 3$

1. Determinare l'ordine di convergenza del metodo di Newton per il calcolo di ciascuna delle due radici.
2. Scrivere il metodo di Newton modificato in modo che il metodo sia di ordine 2 per entrambe le radici.
3. Posto $x^{(0)} = 0$, utilizzando 4 cifre per la mantissa, si eseguano 2 iterazioni del metodo di Newton modificato per il calcolo della radice α_1.

Esercizio 3

Per approssimare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, yt) & t \in [t_0, t_0 + T] \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

si consideri il seguente metodo

$$u_{i+1} = u_{i-2} + \frac{h}{2} \left[2f(t_i, u_i) + 5f(t_{i-1}, u_{i-1}) - f(t_{i-2}, u_{i-2})\right]$$

con $u_0 = y_0$, u_1 e u_2 assegnati.

1. Determinare l'ordine del metodo.
2. Dire se il metodo è zero-stabile.
3. Scelti $\lambda = -10$ e $h = 0.2$ dire se il metodo risulta assolutamente stabile.

Esercizio 4

Si scriva una funzione `Matlab` che implementi il metodo esplicito a più passi

$$u_{i+1} = u_{i-2} + \frac{h}{2}\left[2f(t_i, u_i) + 5f(t_{i-1}, u_{i-1}) - f(t_{i-2}, u_{i-2})\right]$$

Tale funzione deve prevedere in input la funzione f, l'istante iniziale t_0, la condizione iniziale y_0, la durata temporale T e il numero di intervalli N. Si usi il metodo di Eulero in avanti per calcolare i primi passi.