

Analisi Numerica I - Appello straordinario a.a. 2020–2021
29 marzo 2021

Esercizio 1 Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 10 \\ 4 & 3 & 10 \\ 2 & \frac{9}{2} & 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

1. Utilizzando il pivoting per righe ad ogni passo, si calcoli una fattorizzazione $PA = LU$. Si scrivano le matrici L , U , P .
2. Con la fattorizzazione trovata, si risolva il sistema lineare (1).

Esercizio 2 Si consideri

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{x}} dx.$$

1. Si calcoli qual è il minor numero di parti in cui si deve dividere l'intervallo $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ per approssimare I con un errore minore di 10^{-3} utilizzando il metodo di Cavalieri-Simpson.
2. Con la suddivisione trovata al punto precedente si approssimi I , utilizzando 4 cifre per il calcolo.
3. Si calcoli l'errore effettivamente commesso.

Esercizio 3 Per l'approssimazione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = f(t, y) & t > 0 \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

si consideri il seguente schema numerico

$$u_{n+1} = \alpha u_n + (1 - \alpha)u_{n-1} + 2hf(t_n, u_n) + \frac{h\alpha}{2}[f(t_{n-1}, u_{n-1}) - 3f(t_n, u_n)].$$

Si studino, al variare del parametro α , consistenza, ordine di consistenza e 0-stabilità.

Esercizio 4 Scrivere uno script di Matlab che dati due vettori di uguale lunghezza

- i) disegni i dati, il grafico del polinomio interpolatore, della spline cubica interpolatoria, della retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati e della funzione interpolatoria lineare a tratti;
- ii) calcoli l'integrale del polinomio interpolatore e della funzione interpolatoria lineare a tratti.