COGNOME NOME N. Matricola

FIRMA

Analisi Numerica I - II Appello a.a. 2019–2020

7 febbraio 2020

Esercizio 1

Sia dato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con

$$A = \begin{pmatrix} 0.780 & 0.563 \\ 0.913 & 0.659 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0.217 \\ 0.254 \end{pmatrix}.$$

1. Verificare che il sistema dato ammette come soluzione il vettore $\mathbf{x} = (1 \ \ -1)^T$.
2. Risolvere il sistema dato con il metodo di eliminazione di Gauss utilizzando 5 cifre per la mantissa (in particolare calcolare $m_{2,1}$ con 5 cifre per la mantissa).
3. Giustificare il risultato ottenuto.

Esercizio 2

Si vogliono calcolare le radici della funzione

$$y = x - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) + \frac{8}{9} \tag{1}$$

nell'intervallo $[-2, 2]$

1. Con quattro passi del metodo di bisezione si determini l'intervallo $[a, b]$ in cui si trova almeno una radice α di (**??**).
2. Dire quante radici si trovano in $[a, b]$.
3. Determinare per quali valori $x^{(0)} \in [a, b]$ il metodo di punto fisso

$$x^{(k+1)} = \cos\left(\frac{\pi}{2}x^{(k)}\right) - \frac{8}{9} \tag{2}$$

   converge e con quale ordine.

Esercizio 3

Per l'approssimazione del problema di Cauchy

$$y'(t) = f(t, y(t)), \quad y(t_0) = y_0; \qquad t \in (t_0, t_0 + T],$$

si consideri il seguente schema numerico:

$$u_{n+1} = \frac{18}{11}u_n - \frac{9}{11}u_{n-1} + \frac{2}{11}u_{n-2} + \frac{6}{11}hf(t_{n+1}, u_{n+1}) \quad n = 2, \dots, N_h - 1 \qquad (3)$$

1. Si studino consistenza, ordine e zero-stabilità del metodo (**??**).
2. Posto $u_0 = y_0$ si indichi un metodo opportuno per il calcolo dei dati iniziali u_1 e u_2 e si motivi la risposta.

Esercizio 4

Scrivere uno SCRIPT di Matlab per approssimare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -t\,y(t) & t \in (0, 2] \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

usando il metodo descritto nell'Esercizio 3 con passo $h = 0.1$.