

COGNOME NOME N. Matricola
FIRMA

Analisi Numerica I - 4 Appello a.a. 2018–2019
05 luglio 2019

Esercizio 1

Sia data la matrice A così definita:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 28 & 21 \\ 3 & 17 & 19 \\ 4 & 19 & \alpha \end{pmatrix}. \quad (1)$$

1. Trovare in funzione di α , la fattorizzazione di Crout $A = LU$ ($u_{i,i} = 1$).
2. Dire per quali valori di α i minori principali di A sono non nulli.
3. Posto $\alpha = 26$ e $\mathbf{b} = (91 \ 64 \ 83)^T$, utilizzando la fattorizzazione calcolata al punto 1., si risolva il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Si eseguano i calcoli in aritmetica esatta.

Esercizio 2

Sia dato il problema di punto fisso

$$x = \sqrt{x+6} - 1 \quad x \in [1, 2]. \quad (2)$$

1. Dimostrare che esiste un unico punto fisso $\alpha \in [1, 2]$
2. Dire se il metodo iterativo di punto fisso

$$x^{(k+1)} = \sqrt{x^{(k)} + 6} - 1 \quad x^{(0)} = 1 \quad (3)$$

converge e con quale ordine.

3. Utilizzando 6 cifre per la mantissa, si calcolino 4 elementi della successione (3) e si calcoli un'approssimazione della velocità di convergenza.

Esercizio 3

Per l'approssimazione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) & t \in (t_0, t_0 + T] \\ y(t_0) = y_0 \end{cases} \quad (4)$$

si consideri il generico metodo lineare esplicito a due passi:

$$u_{n+1} = a_0 u_n + a_1 u_{n-1} + h[b_0 f(t_n, u_n) + b_1 f(t_{n-1}, u_{n-1})] \quad (5)$$

1. Determinare i parametri del metodo (5) in modo da avere il massimo ordine di consistenza.
2. Il metodo ottenuto è zero-stabile?

Esercizio 4

- i) Data una funzione f definita nell'intervallo $[a, b]$ denotiamo con $I_N^T(f, a, b)$ l'approssimazione di $I(f, a, b) := \int_a^b f(x) dx$ calcolata usando il metodo dei trapezi composta con N sottointervalli. Scrivere una funzione di Matlab che approssimi $I(f, a, b)$ usando il metodo dei trapezi con 8 sottointervalli (senza usare la funzione trapezi scritta al laboratorio) e calcoli una stima dell'errore usando la formula

$$|I(f, a, b) - I_{2N}^T(f, a, b)| \approx \frac{1}{3} |I_{2N}^T(f, a, b) - I_N^T(f, a, b)|.$$

La funzione di Matlab deve ricevere come argomenti la funzione da integrare f e gli estremi a e b dell'intervallo d'integrazione; deve restituire $I_8^T(f, a, b)$ e l'errore stimato.

- ii) Scrivere un'altra funzione di Matlab analoga alla precedente che, invece del metodo dei trapezi con 8 sottointervalli, usi il metodo di Cavalieri-Simpson con 4 sottointervalli.