

COGNOME NOME N. Matricola

FIRMA

Analisi Numerica I - Quinto appello a.a. 2017–2018
05 settembre 2018

Esercizio 1

Si vuole risolvere il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & \frac{5}{4} & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{25}{36} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{3}{2} \\ -\frac{5}{6} \end{pmatrix}.$$

1. Verificare che la matrice A è simmetrica e definita positiva.
2. In aritmetica esatta, si risolva il sistema assegnato con il metodo di Cholesky, tenendo conto del fatto che la matrice A è anche tridiagonale.

Esercizio 2

Utilizzando l'interpolazione di Lagrange, si costruisca la parabolica a tratti a partire dai seguenti dati:

x_i	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2
y_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{1}{2}$

1. Si scriva l'espressione della parabolica a tratti.
2. Si calcoli il valore della funzione trovata nei seguenti punti: $x = \frac{2}{3}$ e $x = \frac{5}{3}$. Si eseguano i calcoli con 4 cifre.

Esercizio 3

Per l'approssimazione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = f(t, y) & t > 0 \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

si consideri il seguente schema numerico

$$u_{n+1} = \alpha u_n + (1 - \alpha)u_{n-1} + \left(\frac{\alpha}{2} - 1\right)h[f(t_{n-1}, u_{n-1}) - 3f(t_n, u_n)].$$

Si studino, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, consistenza e 0-stabilità.

Esercizio 4

Scrivere una FUNZIONE di Matlab che dato un insieme di punti del piano $\{(x_i, y_i)\}_{i=0}^N$ con $x_i < x_j$ se $i < j$, disegni i grafici di:

- il polinomio interpolatore $\Pi_N(x)$,
- la funzione interpolatoria lineare a tratti $\Pi_1^c(x)$,
- la funzione spline cubica interpolatoria $S_3(x)$;

e calcoli $Q_1 = \int_{x_0}^{x_N} \Pi_N(x) dx$ e $Q_2 = \int_{x_0}^{x_N} \Pi_1^c(x) dx$.

La funzione deve ricevere in ingresso due vettori \mathbf{x} e \mathbf{y} di uguale lunghezza e restituire i due valori Q_1 e Q_2 .