

COGNOME NOME N. Matricola

FIRMA

Analisi Numerica I - Quarto appello a.a. 2016–2017
10 luglio 2017

Esercizio 1

Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

1. Dire quali tra i metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel convergono.
2. Scrivere le matrici di iterazione dei metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel.
3. Eseguire due iterazioni del metodo di Jacobi eseguendo i calcoli in aritmetica esatta, scegliendo $\mathbf{x}^{(0)} = (0 \ 0 \ 0)^T$ come vettore iniziale.

Esercizio 2

Si vuole approssimare con il metodo di Cavalieri-Simpson il seguente integrale:

$$I(f) = \int_0^2 e^{\frac{x}{2}-1} dx.$$

1. Si determini il numero minimo di intervalli in cui suddividere l'intervallo di integrazione per ottenere un errore minore di 10^{-4} .
2. Si calcoli l'integrale con i dati del punto precedente e l'errore relativo effettivamente commesso, utilizzando 6 cifre per il calcolo.

Esercizio 3

Per approssimare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) & t \in [t_0, t_0 + T] \\ y(t_0) = y_0, \end{cases},$$

si consideri il seguente metodo multistep

$$u_{n+1} = 2u_{n-1} - u_{n-3} + 2h[f(t_n, u_n) - f(t_{n-2}, u_{n-2})],$$

1. Dire quanti sono i passi del metodo e se è implicito o esplicito, motivando le risposte.
2. Trovare l'ordine di consistenza.
3. Dire se è convergente.

Esercizio 4

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo predictor-corrector per l'approssimazione di un problema di Cauchy della forma

$$y'(t) = f(t, y(t)) \quad t \in (t_0, t_0 + T)$$

$$y(t_0) = y_0$$

che usa il metodo di Eulero esplicito come metodo predictor e il metodo di Adams-Moulton a due passi come metodo corrector. Per inizializzare la procedura usare il metodo di Eulero esplicito.