

COGNOME NOME N. Matricola

FIRMA

Analisi Numerica I - Quarto appello a.a. 2015–2016
04 luglio 2016

Esercizio 1

Sia dato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & \alpha & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

e $\alpha \in \mathbb{R}$.

- i) Si calcolino i valori di α per cui i metodi di Jacobi e Gauss-Seidel convergono;
- ii) Per $\alpha = 2$ si eseguano tre iterazioni del metodo di Jacobi, assumendo come vettore iniziale il vettore identicamente nullo.

Esercizio 2

Calcolare la spline cubica naturale che interpola i seguenti dati:

$$\begin{array}{c|cccc} x_i & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y_i & 1 & 0 & 1 & -1 \end{array}$$

Esercizio 3

1. Dimostrare che il metodo di Eulero modificato

$$\begin{cases} K_1 = hf(t_n, u_n) \\ K_2 = hf(t_n + h/2, u_n + K_1/2) \\ u_{n+1} = u_n + K_2 \end{cases} \quad (2)$$

è di ordine $p = 2$.

2. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = ty^2 & t > -1/2 \\ y(-1/2) = 4/3, \end{cases} \quad (3)$$

che ammette soluzione esatta $y(t) = -\frac{1}{t^2-1}$. Utilizzando il metodo (2) con $h = 0.25$, si calcoli un'approssimazione della soluzione esatta e l'errore commesso in $t = 0$ utilizzando 5 cifre per il calcolo.

Esercizio 4

Si consideri il seguente tipo di problemi di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = g(t) y(t) & t \in (t_0, t_0 + T) \\ y(t_0) = y_0. \end{cases}$$

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo di Eulero implicito per l'approssimazione della soluzione di questo tipo di problemi di Cauchy.