COGNOME | | NOME | | N. Matricola | |

FIRMA | |

Analisi Numerica I - III Appello a.a. 2014–2015

15 giugno 2015

Esercizio 1

Siano dati la matrice A e il vettore $\mathbf{b}$ seguenti:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & \frac{5}{4} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 5 & -3 \\ 0 & 0 & -2 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ \frac{9}{4} \\ -4 \\ -\frac{5}{2} \end{pmatrix}.$$

1. Senza fare calcoli, dire perché alla matrice A è possibile applicare il metodo di fattorizzazione LU senza pivoting.
2. Calcolare la fattorizzazione LU con il metodo di Crout.
3. Si risolva il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ utilizzando la fattorizzazione calcolata al punto precedente.

Esercizio 2

Si consideri

$$I = \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx.$$

i) Si calcoli qual è il minor numero di parti in cui si deve dividere l'intervallo $[1, 2]$ per approssimare I con un errore minore di 10^{-3} utilizzando il metodo di Simpson.

ii) Con la suddivisione trovata al punto precedente si approssimi I, utilizzando per il calcolo 4 cifre

iii) Si calcoli l'errore effettivamente commesso.

Esercizio 3

Per l'approssimazione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = f(t, y) & t > 0 \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

si consideri il seguente schema numerico

$$u_{n+1} = u_n + h[(1 - \theta)f(t_n, u_n) + \theta f(t_{n+1}, u_{n+1})].$$

Si studino, al variare del parametro θ, consistenza e ordine del metodo.

Esercizio 4

Per approssimare $\int_a^b f(x)\,dx$ si vuole utilizzare la formula di quadratura interpolatoria $I_N^T = \int_a^b \Pi_N^T f(x)\,dx$, essendo $\Pi_N^T f$ il polinomio di grado N che interpola f nei nodi di Chebyshev di $[a, b]$.

Scrivere una funzione Matlab che implementi tale formula.
La funzione deve ricevere in input la funzione integranda f, gli estremi dell'intervallo di integrazione a e b e il grado del polinomio interpolatore N; deve restituire in output il valore di I_N^T calcolato usando i comandi `polyfit`, `polyint` e `polyval` di Matlab.