COGNOME ____ NOME ____ N. Matricola ____

FIRMA ____

Analisi Numerica I - Secondo appello a.a. 2014–2015

5 febbraio 2015

Esercizio 1

Data l'equazione

$$p(x) = acx^2 + (1-a)x = 0, \tag{1}$$

con $a, c > 0$, si consideri il seguente metodo di punto fisso

$$x^{(k+1)} = ax^{(k)}(1 - cx^{(k)}). \tag{2}$$

1. Si studi la convergenza del metodo (2), al variare del parametro $a > 0$ per il calcolo delle radici di (1).
2. Nel caso particolare in cui $a = 2$ di che ordine risulta il metodo?

Esercizio 2

Sia data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & \frac{5}{4} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{17}{4} & -3 \\ 0 & 0 & -3 & \alpha \end{pmatrix}$$

dipendente da un parametro $\alpha \in \mathbb{R}$.

1. Determinare per quali valori di α la matrice risulta definita positiva.
2. Determinare una matrice triangolare inferiore L tale che $A = LL^T$.
3. Nel caso in cui $\alpha = \frac{13}{4}$, si risolva il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5 & -\dfrac{9}{4} & -\dfrac{11}{2} & \dfrac{13}{2} \end{pmatrix}^T$$

   utilizzando la fattorizzazaione $A = LL^T$.

Esercizio 3

Si consideri il metodo di Adams-Bashfort a due passi,

$$u_{n+1} = u_n + \frac{h}{2}(3f_n - f_{n-1}). \tag{3}$$

1. Si determini l'ordine del metodo.
2. Dato il problema modello

$$y' = -10y \quad t > 0 \qquad\qquad y(0) = 1. \tag{4}$$

si calcoli (utilizzando 6 cifre) un'approssimazione di $y(1)$ con il metodo (3), scegliendo $h = 0.2$ e $u_1 = y(h)$, avendo indicato con $y(t)$ la soluzione esatta del problema (4).
Si motivino (con verifica) i risultati ottenuti.

Esercizio 4

Scrivere una funzione di MATLAB che implementi la fattorizzazione di Cholesky per una matrice **tridiagonale** simmetrica e definita positiva.