COGNOME ☐ NOME ☐ N. Matricola ☐

FIRMA ☐

Analisi Numerica I - Quarto appello a.a. 2013–2014

18 luglio 2014

Esercizio 1

Sia dato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ \beta & 1 & 0 \\ 0 & \gamma & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1+\alpha \\ -1+\beta \\ 1-\gamma \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss, senza pivoting,

i) dire per quali valori di $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ il sistema ammette una e una sola soluzione;

ii) calcolare, quando sia possibile, $A^{(3)}$, $\mathbf{b}^{(3)}$ e il vettore soluzione $\mathbf{x}$.

Esercizio 2

Calcolare con il metodo dei trapezi composito l'integrale seguente

$$I = \int_0^1 2xe^{x^2}\,dx$$

suddividendo l'intervallo $[0, 1]$ in $n = 4$ parti uguali. Stimare l'errore commesso.
Per i calcoli si utilizzino 5 cifre decimali.

Esercizio 3

Per l'approssimazione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \quad t > 0 \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

si consideri il seguente schema numerico

$$u_{n+1} = (2-\alpha)u_n + (\alpha-1)u_{n-1} + h[(\alpha^2 - \alpha + 1)f(t_n, u_n) + (\alpha - 1)f(t_{n-1}, u_{n-1})].$$

Si studi, al variare del parametro α, l'ordine di consistenza si individui quello di ordine massimo.

Esercizio 4

Scrivere una funzione di Matlab che implementi per $\alpha = 0$ lo schema numerico per l'approssimazione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \quad t > 0 \\ y(0) = y_0 \,. \end{cases}$$

studiato nell'esercizio 3, cioè:

$u_0 = y_0$

u_1, calcolato con un metodo ad un passo

Per $n \geq 1$

$$u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1} + h\left[f(t_n, u_n) - f(t_{n-1}, u_{n-1})\right].$$