COGNOME | | NOME | | N. Matricola | |

FIRMA | |

Analisi Numerica I - Terzo appello a.a. 2013–2014

20 giugno 2014

Esercizio 1

Sia $A = I - B$ matrice dei coefficienti del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha \\ \beta & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \end{pmatrix} \qquad \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}. \tag{1}$$

i) Dimostrare che i metodi di Jacobi e Gauss-Seidel applicati alla matrice A o convergono entrambi o entrambi divergono.

ii) Nell'eventualità che convergano, dimostrare che il metodo di Gauss-Seidel converge tre volte pi ù velocemente del metodo di Jacobi.

Esercizio 2

Sia dato il seguente problema di punto fisso

$$x = \frac{x^3 + 3x}{3x^2 + 1}$$

1. Semplificando l'espressione data, si calcolino i punti fissi.
2. Si studino ordine e convergenza del metodo iterativo associato per ciascuno dei punti fissi.

Esercizio 3

Per l'approssimazione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = f(t, y) & t > 0 \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

si consideri il seguente schema numerico

$$u_{n+1} = \alpha u_n + (1-\alpha)u_{n-1} + 2hf(t_n, u_n) + \frac{h\alpha}{2}[f(t_{n-1}, u_{n-1}) - 3f(t_n, u_n)].$$

Si studino, al variare del parametro α, consistenza e 0-stabilità.

Esercizio 4

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo di Adams-Bashforth a due passi per l'approssimazione della soluzione di un problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = f(t,y) \quad t \in [t_0, t_0 + T] \\ y(t_0) = y_0 \, . \end{cases}$$

Metodo di Adams-Bashforth a due passi:

$$u_0 = y_0$$

u_1, calcolato con un metodo ad un passo

Per $n \geq 1$

$$u_{n+1} = u_n + \frac{h}{2}[3f(t_n, u_n) - f(t_{n-1}, u_{n-1})] \, .$$