

COGNOME NOME N. Matricola
FIRMA

Analisi Numerica I - Secondo appello a.a. 2013–2014
07 febbraio 2014

Esercizio 1

Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 10 \\ 4 & 3 & 10 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 24 \\ 28 \\ 11 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

- i) Si risolva il sistema (1) con il metodo di eliminazione di Gauss, utilizzando il pivoting per righe (ad ogni passo si cerchi come pivot l'elemento di modulo massimo)
- ii) Utilizzando le quantità calcolate al punto i), si scriva la matrice P , una fattorizzazione LU di PA e si calcoli il determinante di A .
- iii) (A scelta) Si implementi una funzione MATLAB per il calcolo dell'inversa utilizzando il comando *lu* e senza usare il comando *inv*.

Esercizio 2

Si consideri l'integrale

$$I(f) = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{25} dx \quad (2)$$

e si valuti il numero minimo di intervalli necessario per calcolare $I(f)$ con un errore minore di 10^{-3} utilizzando la formula composta di Cavalieri-Simpson. Si calcoli quindi l'errore assoluto effettivamente commesso.

(A scelta) Si scriva uno script di MATLAB per approssimare $I(f)$ integrando il polinomio interpolatore costruito sui nodi utilizzati al punto precedente. (Si usino i comandi di MATLAB relativi ai polinomi).

Esercizio 3

Si consideri la seguente famiglia di metodi ad un passo, dipendenti da un parametro α ,

$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n + h \left[\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) f(t_n, u_n) + \frac{\alpha}{2} f(t_{n+1}, u_{n+1}) \right] \\ u_0 = y_0 \end{cases} \quad (3)$$

per l'approssimazione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

- Se ne studi la consistenza al variare del parametro α .
- Si trovi per quali valori di α il metodo ha ordine massimo e si indichi l'ordine.
- Per $\alpha \geq 0$ si indichino le condizioni per avere l'assoluta stabilità quando si applica il metodo al problema modello

$$\begin{cases} y'(t) = -\lambda y(t) & \lambda > 0 \\ y(0) = 1. \end{cases} \quad (4)$$

- (A scelta) Scrivere una funzione MATLAB per l'implementazione del metodo (3) per il problema modello (4) utilizzando le formule ricavate nello svolgimento dell'esercizio (α e λ parametri variabili).

Codice MATLAB

Dei tre esercizi MATLAB indicati come “*A scelta*” se ne scelga uno e solo uno da implementare.