

COGNOME NOME N. Matricola

FIRMA

Analisi Numerica I - Primo appello a.a. 2013–2014
20 gennaio 2014

Esercizio 1

Si vuole risolvere il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con il seguente metodo iterativo

$$\begin{aligned} &\mathbf{x}^{(0)} \text{ assegnato} \\ &\text{per } k \geq 0 \\ &\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \omega C\mathbf{r}^{(k)} \end{aligned}$$

essendo C una matrice assegnata e $\mathbf{r}^{(k)} = \mathbf{b} - A\mathbf{x}^{(k)}$.

- i) Si studi la consistenza del metodo.
- ii) Si discuta la convergenza del metodo in funzione di ω e degli autovalori della matrice CA . Se CA ammette autovalori aventi segno discorde, esistono valori di ω per cui il metodo risulta convergente?
- iv) (A scelta) Si scriva una function MATLAB per l'implementazione del metodo. Si prevedano come dati in input i dati del sistema, la matrice C , il parametro ω , il numero massimo di iterazioni, la tolleranza ε per il test d'arresto. Come dati in output, il vettore soluzione (se calcolato), il numero di iterazioni effettuate. Si implementi il test d'arresto $\|\mathbf{r}^k\|_2 \leq \varepsilon$.

Esercizio 2

Siano date le funzioni $f_1(x) = \cos(x)$ e $f_2(x) = 3x - 1$.

- i) Dimostrare che i loro grafici si intersecano in un unico punto di ascissa α . Determinare un intervallo a cui α appartiene, specificando il segno di α .
- ii) Definire un metodo di punto fisso convergente per il calcolo di α .
- iii) Approssimare α con errore stimato minore di 10^{-3} , utilizzando il metodo definito al punto ii). Per il calcolo si utilizzino 5 cifre per la mantissa e si consideri come valore iniziale $x_0 = 0$.
- iv) (A scelta) Si scriva una funzione di MATLAB per l'implementazione del metodo definito al punto ii).

Esercizio 3

Si vuole utilizzare il metodo di Eulero in avanti per l'approssimazione del seguente problema di Cauchy del primo ordine.

$$\begin{cases} y' = -\frac{1}{2}y + v & t \in (0, T] \\ v' = -\frac{1}{2}(y + v) \\ y(0) = 1 \\ v(0) = 1 \end{cases}$$

- i) Si trovi per quali valori del passo di discretizzazione h il metodo risulta assolutamente stabile.
- ii) Posto $h = 0.5$ si calcoli un'approssimazione di $y(1)$ e $v(1)$.
- iii) (A scelta) Scrivere una funzione di MATLAB che implementi il metodo di Eulero in avanti per il problema assegnato.

Codice MATLAB

Dei tre esercizi MATLAB indicati come “*A scelta*” se ne scelga uno e solo uno da implementare.